

УДК 336.717:330.131.7

JEL Classification : G17, P21, G31, G32

DOI: <http://doi.org/10.34025/2310-8185-2023-2.90.09>

Алла Чорновол, д.е.н., професор,
<https://orcid.org/0000-0001-5155-7317>

Ірина Дрінь, к.ф.-м.н., доцент,
<https://orcid.org/0000-0002-0258-7007>

Тарас Дрінь, магістр,
Чернівецький торговельно-економічний інститут ДТЕУ,
м. Чернівці

ФОРМУВАННЯ ПОРТФЕЛЯ ФІНАНСОВИХ ПЛАТІЖНИХ ЗОБОВ'ЯЗАНЬ, ЗАХИЩЕНОГО ВІД СИСТЕМАТИЧНИХ РИЗИКІВ

Анотація

Актуальність. Постановка проблеми. Перспективною є модель дослідження банківських операцій, пов'язаних з фінансовим ризиком. Банки з різномірними фундаментальними показниками стикаються з потенційним відтоком своїх кредиторів. Можливість впливу на певний банк залежить від проміжної ліквідної вартості його активів, а ця вартість залежить ендогенно від статусу інших банків на ринку активів. Математичне моделювання економічних ризиків формує уявлення про особливості сучасного економічного ризику, зокрема і фінансових ризиків. Вивчення аспектів фінансового ризику належить до фундаментальних понять сучасної економічної теорії та менеджменту і знаходить дедалі ширше практичне застосування в усіх сферах економічної діяльності. Очевидно, що при економічній діяльності не обов'язково використовувати свій досвід та інтуїцію, а треба володіти інформацією про причини виникнення ризикових ситуацій, проводити якісний та кількісний аналіз ризику.

Мета дослідження – побудувати математичну модель імунізації портфеля фінансових операцій і дослідити імунізацію портфеля фінансових платіжних зобов'язань відносно ризику зміни ринкових процентних ставок. **Методологія.** У процесі формування і дослідження інвестиційного портфелю інвестор повинен вирішити, який фінансовий ризик і якої величини можна допустити. При цьому використовуються такі методи: системний аналіз – для з'ясування основних категорій досліджень і абстрактно-логічний метод – для здійснення теоретичних узагальнень та висновків. **Результати.** У статті виділено основні типові моделі інвестиційних портфелів і вивчено методи оптимізації портфелів, використовуючи різні види фінансових інструментів. Спочатку вивчається чиста вартість платежів (net present value-NVP), для якої вводиться формула NVP. Далі враховується головний фактор зміни кривої прибутковості – паралельний

зсув на величину h ($NPV(h)$) так, щоб $NPV(h)-NPV(0)$ була мінімальною, використовуючи і складнішу деформацію кривої прибутковості. Для зниження цього ризику застосовують факторну імунізацію, враховуючи три фактори, які описують майже усі зміни структурних процентних ставок. Усі дослідження сформульовані у вигляді оптимізаційних задач. Для захисту портфеля від ринкового ризику його структуру треба перебудувати. Тому вивчаються можливі ризики волатильності і ліквідності для сформованого портфеля фінансових зобов'язань.

Побудована модель багатоетапного планування інвестицій, де кожному допустимому проекту відповідає свій індекс ризику.

Практичне значення. Запропонована математична модель може бути використана при практичній імунізації портфеля фінансових платіжних зобов'язань відносно ризику зміни ринкових процентних ставок. **Перспектива подальших досліджень** полягає у здійсненні теоретичного обґрунтування інвестиційного проекту залежно від особливостей реалізації проекту, способів залучення коштів з врахуванням усіх ризиків, які виникають на кожній стадії проекту.

Ключові слова: ризики несистематичні та систематичні, управління ризиками – хеджування (імітація), індекс ризику, факторна та динамічна імунізація, вартість платежів.

Кількість джерел: 10; кількість таблиць: 2.

Alla Chornovol, Doctor of Economic Sciences, Professor,
<https://orcid.org/0000-0001-5155-7317>

Iryna Drin, Candidate of Physical and Mathematical
Sciences, Associate Professor,
<https://orcid.org/0000-0002-0258-7007>

Taras Drin, Master,
Chernivtsi Institute of Trade and Economics of SUTE, Chernivtsi

DEVELOPMENT OF A PORTFOLIO OF FINANCIAL PAYMENT OBLIGATIONS PROTECTED FROM SYSTEMATIC RISKS

Summary

Developing a model for studying banking operations related to financial risk seems to be very promising. Banks with heterogeneous fundamental funds often face a potential outflow of their creditors. The ability to affect a particular bank depends on the intermediate liquid value of its assets, whereas the latter value endogenously depends on the status of other banks in the asset market. Mathematical modeling of economic risks forms an idea of the peculiarities of modern economic risks, including financial ones. The study of various

aspects of financial risk is one of the fundamental concepts of modern economic theory and management, as well as is increasingly being applied in practice in all areas of economic activity. Obviously, it is not necessary to use experience and intuition in economic activity. However, it is essential to possess the information about the causes of risk situations and to carry out qualitative and quantitative risk analysis.

The purpose of the article is to develop a mathematical model of immunizing a portfolio of financial transactions and to study the immunization of a portfolio of financial payment obligations regarding the risk of changes in market interest rates.

The article identifies the basic typical models of investment portfolios and studies the methods of portfolio optimization, using different types of financial instruments. Initially, it is necessary to study the net present value of payments (NVP), for which the NVP formula is introduced. Next, the main factor of change in the yield curve should be taken into account - a parallel shift by the value of h ($NPV(h)$) so that $NPV(h) - NPV(0)$ is minimal, using a more complex deformation of the yield curve. To mitigate this risk, it is important to apply factor immunization, however, with a due regard to the three factors that describe almost all changes in structural interest rates. All studies are formulated in the form optimization problems. To protect a portfolio from market risk, its structure needs to be rebuilt. Therefore, the possible volatility and liquidity risks for the existing portfolio of financial liabilities have to be taken into consideration as well.

Keywords: non-systematic and systematic risks, risk management - hedging (simulation), risk index, factor and dynamic immunization, cost of payments.

Number of sources - 10; number of tables - 2.

Постановка проблеми. Перспективною є модель дослідження банківських операцій, пов'язаних з фінансовим ризиком. Банки з різномірними фундаментальними показниками стикаються з потенційним відтоком своїх кредиторів. Можливість впливу на певний банк залежить від проміжної ліквідної вартості його активів, а ця вартість залежить ендогенно від статусу інших банків на ринку активів. Математичне моделювання економічних ризиків формує уявлення про особливості сучасного економічного ризику, зокрема і фінансових ризиків. Вивчення аспектів фінансового ризику належить до фундаментальних понять сучасної економічної теорії та менеджменту і знаходить дедалі ширше практичне застосування в усіх сферах економічної діяльності. Очевидно, що при економічній діяльності не обов'язково використовувати свій досвід та інтуїцію, а треба володіти інформацією про причини виникнення ризикових ситуацій, проводити якісний та кількісний аналіз ризику.

Аналіз досліджень і публікацій. Рівно 50 років тому, в 1973 році відбулися три важливі події, які стали визначальними в історії розвитку фінансового ризик-менеджменту як самостійного напрямку практичної діяльності та розділу фінансової теорії:

- перехід до вільно плаваючих курсів основних світових валют і золота після відміни Бреттон-Вудських угод;
- початок роботи Чиказької біржі опціонів, яка стала першим у світі регуляторним вторинним ринком опційних контрактів;
- опублікування Блеком Фішером та Майроном Шоулзом своєї знаменитої моделі ціноутворення європейських опціонів.

Перша подія сприяла появі ринкових ризиків у глобальному масштабі, друга – надала учасникам ринку інструменти керування ризиками шляхом хеджування, а третя – навчила розуміння цих ризиків і створила науково обгрунтовану їх кількісну оцінку.

Очевидно, що з'явилися нові складні творчі задачі для кількісної оцінки і управління ризиком, які стимулюють прихід у цю сферу спеціалістів з точних наук. З'явилися нові поняття, методики та інструменти, як-от: ризик, показник value-at-risk та стрес-тестування, моделі RiskMetrics і CreditMetrics та інші.

Формулювання мети, цілей та завдань. Мета статті – побудувати математичну модель імунізації портфеля фінансових операцій і дослідити імунізацію портфеля фінансових платіжних зобов'язань відносно ризику зміни ринкових процентних ставок.

Виклад основного матеріалу. Ризик – це об'єктивно-суб'єктивна категорія, яка пов'язана з подоланням невизначеності, випадковості і конфліктності в ситуації неминучого вибору й відображає ступінь досягнення очікуваного результату. Економічний ризик – це ризик, що виникає у сфері економічних відносин, тобто відносин, що виникають при купівлі-продажу товару або послуг на ринку.

Усі дослідники ризику відзначають, що всяка підприємницька діяльність здійснюється заради досягнення успіху, тому успіх і ризик нероздільні. Проблемам взаємозв'язку успіху і ризику

присвячено багато літератури, а у США, наприклад, готуючи менеджерів, одночасно готують ризик-тайкерів, готових ризикувати. Якщо під час реалізації інвестиційних проєктів є можливість втрат або недержання прибутку, то виникають інвестиційні ризики. Залежно від особливостей реалізації проєкту і способу залучення коштів такі ризики бувають:

- кредитні;
- такі, що виникають на першій стадії проєкту;
- підприємницькі, пов'язані з другою стадією проєкту;
- крайні.

На першій стадії здійснення інвестиційного проєкту кошти інвестуються в різні активи, закупівлю оборотних фондів, будівництво об'єктів, а на другій - повертаються вкладені кошти.

Ризики першої стадії виділяють такі:

- ризик виявлення у проєкті технічних помилок;
- ризики, пов'язані з неправильним оформленням документів;
- ризик підвищення кошторису внаслідок зміни будівництва.

На другій стадії проєкту може не забезпечуватися його окупність завдяки комплексу несприятливих впливів.

Економічна операція, початковий і кінцевий стан якої мають грошову оцінку, а її мета – максимізація доходу (або якогось іншого фінансового показника), називається фінансовою операцією. Якщо кінцевий результат такої операції невідомий, то вона називається ризикованою. Прикладами фінансових схем, що дозволяють виключити чи обмежити ризик фінансової операції, є страхування, покупка опціонів, покупка ф'ючерсів, створення оптимального портфеля цінних паперів. Усі ці схеми називаються хеджуванням.

Кожен інвестор формує портфель фінансових інструментів так, щоб захиститися від можливих ризиків. Є два основних ризики – несистематичні та систематичні ризики і, відповідно, два основних способи управління ризиками портфеля. Несистематичні ризики відносяться до окремих фінансових інструментів або їх груп і можуть бути оптимізовані шляхом диверсифікації інвестиційного портфеля.

Якщо ризики окремих інструментів є сильно корельованими між собою (систематичні ризики), то диверсифікація не дає бажаного результату, бо приводить лише до усереднення ризику. Тому треба звернути особливу увагу на фактори ризику і формувати портфель так, щоб він був нейтральним до зміни певних факторів. Наприклад, зробити портфель фінансових інструментів нечутливим до зміни волатильності ціни базового активу. Такий підхід до управління ризиком, який дозволяє виключити чи обмежити ризик фінансової операції називається хеджуванням або імунізацією.

Прикладом безризикових інструментів є державні облигації. Доходність портфеля повністю вільного від ризику в стані ринкової рівноваги складається з безризикових інструментів. Якщо інвестор хоче добитися більшого прибутку, то він повинен ризикувати. Формуючи інвестиційний портфель, потрібно визначити, якою мірою цей портфель може підпорядковуватися кожному із фінансових ризиків. Тому, природно, треба навчитися будувати портфель з максимальною дохідністю. При цьому інвестор повинен враховувати біржові обмеження на здійснення операцій. Сюди входять обмеження регулюючих органів, податкових органів та відповідна підтримка інструментів портфеля. Очевидно, що необхідним апаратом для формування інвестиційного портфеля є математичний апарат методів математичного програмування.

Наведемо такий умовний приклад повного виключення ризику фінансової операції. Кредитор дає X грошей в борг, а боржник видає кредитору письмове зобов'язання повернути гроші з додаванням фіксованого відсотка r . Для забезпечення оплати боржник вказує нерухомість (будинок), яка йому належить. Ситуація виглядає безризиковою, адже в гіршому випадку через суд інвестор може отримати борг. Насправді, ризик зберігається, бо будинок може бути знищений стихійним лихом (вогнь, вода) і боржник виявиться неплатоспроможним.

Запобігаючи такому ризику, кредитор купує страховий поліс V , що гарантує виплату (у випадку пожежі) страхової суми, яка

відшкодує борг з відсотком. При цьому є два варіанти подій: пожежа станеться і пожежа не відбудеться. Покажемо, як страхування може гарантувати ефективність внеску. Нехай x -борг, а $(X-x)$ – вартість поліса. Тоді сума X розподіляється так:

$$X = x + (X - x).$$

Нехай пожежі чи іншої стихії не станеться. Тоді ефективність внеску для кредитора, розрахована як прибуток від операцій, буде

$$R_1 = x(X + r) - X.$$

Якщо форсмажорна ситуація відбудеться, то ефективність внеску R_2 дорівнюватиме різниці між страховим відшкодуванням величини V та вкладеною сумою X :

$$R_2 = V - X = \frac{V}{X - x} (X - x) - X \equiv q(X - x) - X,$$

де $q = \frac{V}{X-x}$ – відношення страхового відшкодування до ціни поліса. Визначимо борг x так, щоб $R_1 = R_2$, тобто $x(X + r) - X = q(X - x) - X$,

$$x(X + r + q) = qX, x = \frac{qX}{X + r + q}.$$

Висновок: схема хеджування, розрахована за цією формулою, виключає ризик. В обох випадках ефективність внеску є однаковою і

$$R = R_1 = R_2 = \frac{qX(X + r)}{X + r + q} - X.$$

Зауважимо, що принцип хеджування за допомогою витрат на покупку страхового полісу є характерним для фондового ринку. До специфічних страхових полісів, що використовуються на фондовому ринку, відносяться опціони та ф'ючерси.

У цій праці побудована математична модель формування портфеля фіксованих платежів (кредитів, депозитів, облігацій), захищеного від систематичних ризиків. Наводиться ілюстративний приклад динамічної моделі планування фінансів.

Постановка задачі. Дослідити різні підходи до управління ризиком, які дозволяють обмежити ризик фінансової операції:

- імунізація портфеля фіксованих зобов'язань відносно паралельного зсуву кривої прибутковості;
- факторна імунізація;
- динамічна перебудова портфелів, несистематичні ризики.

Нехай r_t – ринкова процентна ставка, що відповідає періоду інвестування t (ставка прибутковості безризикових вкладень на цей період часу, що виражається в річних процентах). Такою ставкою найчастіше є ставка прибутковості безкупонних державних облігацій з відповідним терміном t до погашення.

Треба дослідити імунізацію портфеля фіксованих платіжних зобов'язань відносно ризику зміни ринкових процентних ставок [1-4].

1. Імунізація відносно паралельного зсуву кривої прибутковості. Розглянемо портфель фіксованих платіжних зобов'язань, які повинні відбуватися в момент часу $t \in T \equiv \{1, 2, \dots, T_{max}\}$. Значення $nar(t, r_t), t \in T$ утворюють вузлові точки кривої прибутковості. Нехай I - множина заданих фінансових інструментів; C_{ti} – розмір виплати (присвоюється знак «-»), або надходжень (присвоюється знак «+») засобів i – го фінансового інструменту в момент часу t ; x_i - число (натуральне із знаками «+», «-») фінансових інструментів i – го типу, що включають у портфель (знак «+» у випадку придбання і знак «-» у випадку продажу інструментів); t – час, виражений в роках.

Чиста приведена вартість платежів (net present value-NVP) розраховується за формулою

$$NVP = \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \frac{C_{ti}}{(1 + r_t)^t} x_i = 0$$

яка акумулює усі платежі з врахуванням ставки безризикового інвестування r_t . Якщо r_t збільшиться, то NVP зменшується. Інвестор, що формує портфель фінансових платіжних зобов'язань, зацікавлений в тому, щоб NVP не зменшувалося при зсуві і зміні форми кривої

прибутковості, тобто щоб NVP не піддавався ринковому ризику. Найпростішою деформацією є зсув на величину h кривої прибутковості. Тоді вираз для приведеної вартості набуває вигляду

$$NVP(h) = \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \frac{C_{ti}}{(1 + r_t + h)^t} x_i = 0.$$

Для імунізації портфеля відносно зсуву h його треба сформувати так, щоб похідна від $NVP(h) - NVP(0)$ буде малою. Для цього досить, щоб похідна від $NVP(h)$ по h при $h = 0$ була нульовою. Тобто

$$NVP'(0) = \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \frac{t C_{ti}}{(1 + r_t)^{t+1}} x_i = 0.$$

Цю похідну прийнято називати доларовою дюрацією Фішера-Вайла (Fisher-Weil dollar duration) [5; 6; 9].

Нехай $X_i^+ (X_i^-)$ кількість фінансових інструментів i – го типу, які можуть бути куплені (продані) на ринку. Тоді отримуємо оптимізаційну задачу [9].

$$\text{ІІЗІ} \begin{cases} \max_{x_i, i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \frac{C_{ti}}{(1 + r_t)^t} x_i, \\ \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \frac{C_{ti}}{(1 + r_t)^t} x_i = 0, \\ X_i^- \leq x_i \leq X_i^+. \end{cases}$$

Якщо долучити достатню умову мінімуму функції $NVP(h)$ в точці $h = 0$,

$$NVP''(0) = \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \frac{t(t + 1) C_{ti}}{(1 + r_t)^{t+2}} x_i \geq 0,$$

то портфель буде сформовано так, що забезпечуватиме неспадання приведеної вартості при невеликих зсувах кривої прибутковості.

Якщо крива прибутковості є плоскою, то величина $NVP''(0)$ називається доларовою випуклістю (dollar convexity). Тоді задача оптимізації портфеля набуває вигляду

$$\text{ІПЗ2} \begin{cases} \max_{x_i, i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \frac{C_{ti}}{(1+r_t)^t} x_i, \\ \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \frac{t C_{ti}}{(1+r_t)^t} x_i = 0, \\ \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \frac{t(t+1) C_{ti}}{(1+r_t)^{t+2}} x_i \geq 0, \\ X_i^- \leq x_i \leq X_i^+. \end{cases}$$

2. Факторна імунізація. Основними є три фактори, що описують більшість змін структури процентних ставок. Зміни першого фактора зумовлюють майже паралельний зсув кривої прибутковості. Зміни другого фактора приводять до повороту кривої без зміни її форми. Третій фактор впливає на кривину кривої. Сформулюємо задачу факторної імунізації портфеля. Нехай r'_{tj} - похідна кривої прибутковості по фактору j в момент часу t . Тоді похідна приведенної вартості портфеля по фактору j набуває вигляду

$$t_j = - \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \frac{t r'_{tj} C_{ti}}{(1+r_{tj})^{t+1}} x_i.$$

Якщо через J позначити множину факторів, що впливають на форму прибутковості, то отримуємо таку оптимізаційну задачу:

$$\text{Ф1} \begin{cases} \max_{x_i, j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \frac{C_{ti}}{(1+r_{tj})^t} x_i, \\ \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} t r'_{tj} \frac{C_{ti}}{(1+r_{tj})^{t+1}} x_i = 0, \forall j \in J, \\ X_i^- \leq x_i \leq X_i^+. \end{cases}$$

Зауважимо, що при зміні ринкових процентних ставок імунізаційні обмеження в сформульованих оптимізаційних задачах ІПЗ1, ІПЗ2, Ф1 будуть змінюватися. Для забезпечення захисту портфеля від ринкового ризику треба перебудувати його структуру в певні моменти часу. Тому імунізація є динамічною стратегією [7; 8; 10].

3. Динамічна модель планування фінансів. Побудуємо модель багатоетапного планування інвестицій на прикладі проекту покупки

нового обладнання для виробництва. Кожному допустимому проєктові відповідає свій індекс ризику, який оцінюється за десятибальною шкалою.

Задача. Акціонерне товариство (АТ) уклало контракт на купівлю нового обладнання вартістю 750000 доларів, за умовами якого 150000 доларів (аванс) треба сплатити через два місяці, а решту суми – через шість місяців після того, як обладнання буде введене в дію.

Керівництво АТ створює цільовий фонд для інвестицій, оскільки інвестиційна діяльність принесе додаткові кошти на момент розрахунку за купівлю обладнання, тому треба відкласти меншу суму від запланованих 750000 доларів. Нова сума залежить від правильності організації процесу інвестування. АТ вибирає чотири напрямки А,В,С,Д з 12 можливостями засобів цільового фонду, дані яких занесені в таблицю 1.

Таблиця 1

<i>Напрямки використання інвестицій</i>	<i>Можливі початки реалізації інвестиційних проєктів (міс.)</i>	<i>Протяжність інвестиційного проєкту (міс.)</i>	<i>Процент за кредит</i>	<i>Індекс ризику</i>
A	1,2,3,4,5,6	1	1,5	1
B	1,3,5	2	3,5	4
C	1,4	3	6,0	9
D	1	6	11	7

Мета керівництва АТ:

1) за вказаних у таблиці 1 умов розробити стратегію, яка мінімізує суму грошей, котру АТ спрямовує на оплату обладнання згідно з контрактом;

2) розробляючи оптимальну стратегію, менеджер фірми дослідив, що індекс ризику інвестиційних фондів протягом місяця не повинен перевищувати 6;

3) зваживши можливості, менеджер фірми вважає, що на початку кожного місяця (після того, як здійснені нові інвестиції) середня протяжність погашення інвестиційних фондів не повинна перевищувати 2,5 місяці.

Логіка менеджменту полягає в тому, що серед можливих проєктів вибрати економічно найефективніший так, щоб:

- проєкти з підвищеними ризиками компенсувалися менш ризикованими;
- проєкти довшої протяжності повинні виконуватися одночасно з короткотерміновими.

Майстерність менеджменту полягає в тому, щоб підготувати і систематизувати вихідні дані так, щоб задовільнити вимоги керівництва і побудувати відповідну економіко-математичну модель. Для цього вводяться позначення:

A_i - обсяг інвестицій, вкладених у напрямок А на початку місяця
 $i \in \{1,2,3,4,5,6\}$;

B_i - обсяг інвестицій, вкладених у напрямок В на початку місяця
 $i \in \{1,3,5\}$;

C_i - обсяг інвестицій, вкладених у напрямок С на початку місяця
 $i \in \{1,4\}$;

D_i - обсяг інвестицій, вкладених у напрямок D на початку місяця
 $i \in \{1\}$;

K - обсяг інвестицій, вкладених у проєкт на початку першого місяця, який припускається мінімальним: $K \rightarrow \min$.

Динаміку можливих інвестицій та умов повернення грошей подамо у вигляді таблиці 2. В перший стовпчик таблиці записуємо заплановані інвестиції на перший місяць обсягом $A_1 + B_1 + C_1 + D_1$, які за умовою задачі збігаються з обсягом інвестицій K , вкладених у проєкт. Тому рівняння балансу $K = A_1 + B_1 + C_1 + D_1$, або $K - A_1 - B_1 - C_1 - D_1 = 0$.

Відсоток за кредит інвестицій A_1 дорівнює 1,5 , а в числовому вимірі - $0,015A_1$ плюс A_1 . У такому випадку сумарне повернення дорівнює $A_1 + 0,015A_1 = 1,015A_1$, яке збігається з A_2 на початку другого місяця: $1,015A_1 = A_2$, або $1,015A_1 - A_2 = 0$.

Інвестиції	Можливі вкладення і повернення грошей на початок місяця, д						
	1	2	3	4	5	6	7
А в місяці 1	1 → 015	1,					
А в місяці 2		1 → 015	1,				
А в місяці 3			1 → 015	1,			
А в місяці 4				1 → 15	1,0		
А в місяці 5					1 → 015	1,	
А в місяці 6						1 → 15	1,0
В в місяці 1	1 → 035	1,					
В в місяці 3			1 → 35	1,0			
В в місяці 5					1 → 35	1,0	
С в місяці 1	1 → 06	1,					
С в місяці 4				1 → 6	1,0		
Д в місяці 1	1 → 1						1,0

Аналогічно записуються решта балансових обмежень:

$$1,015A_2 + 1,035B_1 - A_3 - B_3 = 150000 \text{ дол.};$$

$$1,015A_3 + 1,06C_1 - A_4 - B_4 = 0;$$

$$1,015A_4 + 1,035B_3 - A_5 - B_5 = 0;$$

$$1,015A_5 - A_6 = 0;$$

$$1,015A_6 + 1,035B_5 + 1,06C_4 + 1,11D_1 = 600000 \text{ дол.}$$

Додаємо обмеження на середні зважені ризики проектів для кожного місяця:

$$\begin{aligned}\frac{1A_1 + 4B_1 + 9C_1 + 7D_1}{A_1 + B_1 + C_1 + D_1} &\leq 6 \Rightarrow -5A_1 - 2B_1 + 3C_1 + D_1 \leq 0, \\ \frac{1A_2 + 4B_1 + 9C_1 + 7D_1}{A_2 + B_1 + C_1 + D_1} &\leq 6 \Rightarrow -5A_2 - 2B_1 + 3C_1 + D_1 \leq 0, \\ \frac{1A_3 + 4B_3 + 9C_1 + 7D_1}{A_3 + B_3 + C_1 + D_1} &\leq 6 \Rightarrow -5A_3 - 2B_3 + 3C_1 + D_1 \leq 0, \\ \frac{1A_4 + 4B_3 + 9C_4 + 7D_1}{A_4 + B_3 + C_4 + D_1} &\leq 6 \Rightarrow -5A_4 - 2B_3 + 3C_4 + D_1 \leq 0, \\ \frac{1A_5 + 4B_5 + 9C_4 + 7D_1}{A_5 + B_5 + C_4 + D_1} &\leq 6 \Rightarrow -5A_5 - 2B_5 + 3C_4 + D_1 \leq 0, \\ \frac{1A_6 + 4B_5 + 9C_4 + 7D_1}{A_6 + B_5 + C_4 + D_1} &\leq 6 \Rightarrow -5A_6 - 2B_5 + 3C_4 + D_1 \leq 0.\end{aligned}$$

Обмеження на середній термін погашення інвестиційного фонду для кожного місяця набуває вигляду:

$$\begin{aligned}\frac{1A_1 + 2B_1 + 3C_1 + 6D_1}{A_1 + B_1 + C_1 + D_1} &\leq 2,5 \Rightarrow -1,5A_1 - 0,5B_1 + 0,5C_1 + 3,5D_1 \\ &\leq 0, \\ \frac{1A_2 + 1B_1 + 2C_1 + 5D_1}{A_2 + B_1 + C_1 + D_1} &\leq 2,5 \Rightarrow -1,5A_2 - 1,5B_1 - 0,5C_1 + 2,5D_1 \\ &\leq 0, \\ \frac{1A_3 + 2B_3 + 1C_1 + 4D_1}{A_3 + B_3 + C_1 + D_1} &\leq 2,5 \Rightarrow -1,5A_3 - 0,5B_3 - 1,5C_1 + 1,5D_1 \\ &\leq 0, \\ \frac{1A_4 + 2B_3 + 3C_4 + 3D_1}{A_4 + B_3 + C_4 + D_1} &\leq 2,5 \Rightarrow -1,5A_4 - 1,5B_3 + 0,5C_4 + 0,5D_1 \\ &\leq 0, \\ \frac{1A_5 + 2B_5 + 2C_4 + 2D_1}{A_5 + B_5 + C_4 + D_1} &\leq 2,5 \Rightarrow -1,5A_5 - 0,5B_5 - 0,5C_4 - 0,5D_1 \\ &\leq 0, \\ \frac{1A_6 + 1B_5 + 1C_4 + 1D_1}{A_6 + B_5 + C_4 + D_1} &\leq 2,5 \Rightarrow -1,5A_6 - 1,5B_5 - 1,5C_4 - 1,5D_1 \\ &\leq 0.\end{aligned}$$

За рахунок невід'ємності змінних останні дві нерівності є вірними, тому їх можна не враховувати. З допомогою ПК знайдемо оптимальний розв'язок даної задачі:

$$\begin{aligned} K &= 683176,44; A_1 = 0; A_2 = 0; A_3 = 2,672,49; \\ A_4 &= 7667,67; A_5 = 0; A_6 = 0; B_1 = 461836,6; B_3 \\ &= 325328,4; \\ B_5 &= 344497,6; C_1 = 221339,8; C_4 = 229665; D_1 = 0. \end{aligned}$$

Висновок. Оптимальний розв'язок забезпечив вчасну сплату запланованих контрактом 150000 доларів. Замість 600000 доларів, необхідних для повного розрахунку (750000-150000=600000 доларів), вдалося заробити $K = 683176,44$ доларів.

Процес побудови оптимального розв'язку показує, що інвестиційні ресурси розподіляються ефективно завдяки щомісячній реалізації проєкту. Завдяки правильно побудованій стратегії засобами математичного моделювання вдалося довести ефективність того, що на перший погляд ефективним не виглядало. Ефективність досягнуто саме за рахунок оптимального багатоетапного планування інвестицій у цей проєкт і можливості його комп'ютерної реалізації.

Людство завжди прагнуло полегшити собі життя. З метою удосконалення праці, для простішого і якіснішого виконання завдань люди винаходили щораз нові пристрої і створювали нові теорії. Шедевром людського генія став комп'ютер, а комп'ютерні технології принесли немало добра людям, полегшивши їхню працю, подарувавши масу нових можливостей для самореалізації і творчої діяльності.

Список використаних джерел:

1. Клепікова О. А., Поліщук С. О., Сарамков О. А., Нечай Д. В. Аналіз головних показників фінансової стійкості страхової компанії з використанням імітаційного моделювання. *Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна*. 2019. Вип. 96. С. 80-94. Офіційний сайт: Державна служба статистики України. URL: <https://www.ukrstat.gov.ua/>
2. Вдовин М. Л., Брода А. Р. Статистичне моделювання інвестиційних ризиків в умовах ринку. *Глобальні та національні проблеми економіки*. 2017. Вип. 17. С. 903-908.
3. Вдовин М. Л., Дідик М. О. Оцінювання економічного ризику регіону за допомогою методів багатовимірної класифікації. *Науковий вісник Херсонського державного університету*.

Сер.: *Економічні науки*. 2017. Вип. 24(2). С.148-151. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Nvkhdu_en_2017_24%28%29__35

4. Зомчак Л. М., Старчевська І. М. Симулятивне моделювання залежності економічного зростання та рівня інфляції України. *Науковий вісник Полтавського університету економіки і торгівлі. Серія "Економічні науки"*. 2022. Вип. 1 (105). С. 78-85.

5. Кампо Ю. В. Статистико-імітаційне моделювання ризикових ситуацій в економічній діяльності суб'єктів бізнесу. *Підприємництво та бізнес-адміністрування в умовах діджиталізації* : Інтернет-конференція ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 26 лютого 2023 р.

6. Останкова Л. А., Шевченко Н. Ю. Аналіз, моделювання та управління економічними ризиками : навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2011. 256 с.

7. Конспект лекцій з дисципліни "Моделювання ризиків в економіці та бізнесі" для студентів спеціальності 8.03050201 та 7.03050201 "Економічна кібернетика" всіх форм навчання / Укл. С. В. Гринчуцька. Тернопіль, ТНТУ, 2014. 88 с.

8. Кравченко М. О., Бояринова К. О., Копішинська К. О. Управління ризиками : навч. посібник. Київ : КПІ імені Сікорського, 2021. 432 с.

9. Drechsler I., Savov A., Schnabl P.. Banking on deposits: Maturity Transformation without interest Rate Risk. *Journal of Finance*. 15.02.2021 р. DOI: <https://doi.org/10.1111/jofi.13013>

10. Liu X. A model of Systemic Bank Runs. *Journal of Finance*. 08.02.2023 р. DOI: <https://doi.org/10.1111/jofi.13213>.

11. Інформаційні ресурси: www.liga.net – Ліга Бізнес Інформ; www.nau.kiev.ua – Нормативні акти України; www.finmarcet.info – Фінансовий ринок України.

References:

1. Klepikova, O., Polishchuk, S., Saramkov, O., Nechai D. (2019). Analysis of the main indicators of financial stability of an insurance company using simulation modeling. *Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho universytetu im. V. N. Karazina [Bulletin of V. N. Karazin Kharkiv National University]*. Issue 96, pp. 80-94. Official web site: State Statistics Service of Ukraine UPL: <https://www.ukrstat.gov.ua/> (in Ukr.).

2. Vdovyn, M., Broda, A. (2017). Statistical Modeling of Investment Risks in Market Conditions. *Hlobalni ta natsionalni problemy ekonomiky [Global and national economic problems]*. Issue 17, pp. 903-908 (in Ukr.).

3. Vdovyn, M., Didyk, M. (2017). Assessment of the economic risk of the region using multidimensional classification methods. *Naukovyi visnyk Khersonskoho derzhavnoho universytetu. Ser.: Ekonomichni nauky [Scientific Bulletin of Kherson State University. Series: Economic Sciences]*. Issue 24(2), pp. 148-151. Access: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Nvkhdu_en_2017_24%28%29__35 (in Ukr.).

4. Zomchak, L., Starchevska, I. (2022). Simulation modeling of the relationship between economic growth and inflation in Ukraine. *Naukovyi visnyk Poltavskoho universytetu ekonomiky i torhivli. Serii "Ekonomichni nauky" [Scientific Bulletin of Poltava University of Economics and Trade. Series "Economic Sciences"]*. Issue 1 (105), pp. 78-85 (in Ukr.).

5. Kampo, Yu. (2023). Statistical and simulation modeling of risk situations in the economic activity of business entities. *Pidpriemnytstvo ta biznes-administruvannia v umovakh didzhytalizatsii : Internet-konferentsiia KhNUMH im. O. M. Beketova [Entrepreneurship and business administration in the context of digitalization / Internet conference of KhNUIA named after O. Beketov]*, February 26 (in Ukr.).

6. Ostantkova, L., Shevchenko, N. (2011). *Analiz, modeliuвання ta upravlinnia ekonomichnymy ryzykamy* [Analysis, modeling and management of economic risks]. Center of Academic Literature, Kyiv, 256 p. (in Ukr.).

7. Lecture notes on the discipline "Risk Modeling in Economics and Business" for students of specialty 8.03050201 and 7.03050201 "Economic Cybernetics" of all forms of education / Compiled by Hrynychutska V. (2014). TNTU, Ternopil, 88 p. (in Ukr.).

8. Kravchenko, M., Boiarynova, K., Kopishynska, K. (2021). *Upravlinnia ryzykamy* [Risk management]. Kyiv, 432 p. (in Ukr.).

9. Drechsler, I., Savov, A., Schnabl, P.. Banking on deposits: Maturity Transformation without interest Rate Risk. *Journal of Finance*. DOI: <https://doi.org/10.1111/jofi.13013> .

10. Liu, X. A model of Systemic Bank Runs. *Journal of Finance*. DOI: <https://doi.org/10.1111/jofi.13213> .

11. Information Resources: www.liga.net – Liga Business Inform; www.nau.kiev.ua – Regulatory Acts of Ukraine; www.finmarcet.info – Financial Market of Ukraine. (in Ukr.).